

# Redeneren en Probleem oplossen



## Inhoud

1. Project: Redeneren en probleemoplossen.....	3
2. Op te leveren product: .....	3
3. Vooraf .....	5
4. Lezen en redeneren.....	7
5. Probleemoplossende strategieën.....	9
6. Maak een tabel.....	10
7. Maak een georganiseerde lijst .....	14
8. Zoek het patroon .....	18
9. Probeer en controleer .....	23
10. Teken een plaatje of een grafiek <sup>1</sup> .....	26
11. Werk teruguit .....	28
12. Probleem uitbreiden .....	29
13. Versimpel het probleem.....	31
14. Afsluitende opgaven.....	33

## 1. Project: Redeneren en probleemoplossen

### Doelen:

- 1 Kennismaken met redeneervormen in (en buiten) de wiskunde.
- 2 Ontdekken waar en wanneer deze redeneervormen worden toegepast.
- 3 Een algemene oplossingsstrategie ontdekken en je eigen maken.

### Vervolg:

Wat je in dit project leert is vooral een algemene oplossingsstrategie die bij veel wiskundige problemen is toe te passen. Bij alle volgende onderwerpen kun je daarvan gebruik maken. Soms is deze oplossingsstrategie ook buiten de wiskunde toepasbaar.

### Werkwijze:

Na opdracht 2 zie een stappenplan hoe je problemen gaat aanpakken. Elk probleem pak je aan met behulp van dit stappenplan. In het op te leveren product staan dus per opgave de vier stappen uit het stappenplan beschreven en de uitkomst. De leraar moet de uitkomst direct kunnen herleiden uit de vier stappen die er voor beschreven staan.

De opgaven van de eerste twee paragrafen moet je zelfstandig proberen te maken, met uitzondering van de opgaven 19 en 20 die klassikaal worden besproken.

Paragraaf 3 doe je in groepjes van ongeveer twee personen. Je werkt dan aan de oplossing van een aantal problemen die je worden voorgeschoteld. Het gaat daarbij om de *manier* van oplossen. Je levert de oplossingen per groep in. Verder wordt er per groep een presentatie verwacht van de oplossing van één van deze problemen.

## 2. Op te leveren product:

Een totaaloverzicht van de verrichte activiteiten t.b.v. redeneren en probleemoplossen.

Het product wordt beoordeeld op:

- Volledigheid - alle opgaven zijn zichtbaar uitgewerkt.
- Kwaliteit - per opgave zijn alle vier de stappen weergegeven en het gevonden antwoord.
- Netheid - het product wordt netjes geordend, met genummerde pagina's en geniet ingeleverd. Bij geschreven producten wordt er gewerkt op gelinieerd papier en/of ruitjespapier.
- Uiterlijk 2 weken na de laatst beschikbare les wordt dit dossier ingeleverd.
- Er worden **minimaal 20** opgaven ingeleverd.
  - de opgaven 2 en 3.
  - van de 7 uitgewerkte oplossingsstrategieën minimaal 2 sommen per oplossingsstrategie
  - 4 opdrachten naar keuze

**Voor elke week dat het dossier te laat ingeleverd wordt, wordt er één punt van het verkregen punt in mindering gebracht. Niet inleveren van het dossier geeft een één in Eduarte.**

**Tijdschema:**

Totale studielast: 20 uren.

Succes!

### 3. Vooraf

Sherlock Holmes is het voorbeeld van de detective. Sir Arthur Conan Doyle bedacht in hem iemand die de meest ingewikkelde problemen ogenschijnlijk moeiteloos oploste. Zijn bescheiden:

*“Elementary, my dear Watson, a simple deduction”*

zijn bijna gevleugelde woorden geworden.

De manier waarop Sherlock Holmes werkt is ook eigenlijk vrij simpel:

Hij verzamelt eerst een grote hoeveelheid gegevens over het probleem dat hij moet oplossen; vervolgens komt hij op basis daarvan tot een werkhypothese. Zo'n hypothese is in zijn geval een veronderstelde manier waarop het misdrijf heeft plaatsgevonden. Daarna is het Holmes' taak om die hypothese te bewijzen. En dat bewijs is de 'simple deduction' waar Holmes zo graag over praat. Alleen zijn compagnon dr. Watson heeft oog voor het vele werk dat moet worden verzet om de gegevens te verzamelen.....

Als jij een probleem krijgt voorgeschoteld zit je in de positie van Sherlock Holmes. Er zijn dan twee mogelijkheden:

- 1) Het is een **bekend probleem** en je weet de oplossing al. Dat betekent dat je al van tevoren hebt geleerd, hoe je te werk moet gaan, bijvoorbeeld:
  - bij het berekenen van een schuine zijde van een rechthoekige driehoek gebruik je de stelling van Pythagoras en soms doe je dit met goniometrie of gelijkvormigheid;
  - vaak maak je gebruik van bekende formules als oppervlakte-formules, de wet van Ohm, de wetten van Newton, de stelling van Pythagoras, de wet van Archimedes, het economisch model van Keynes, de erfelijkheidswetten van Mendel, en wat dies meer zij.
- 2) Het is **geen bekend probleem**, integendeel, het is voor jou volledig nieuw. En verzin dan maar eens een oplossing.....

Over met name dit tweede geval gaat dit project.

De belangrijkste woorden: **redeneren, werkhypothese, bewijs**.

We zullen proberen je een bepaalde **probleemaanpak** aan te leren. Daarmee kun je tenminste systematisch een probleem te lijf gaan. Vaak helpt dat, tenminste binnen de grenzen van je eigen creativiteit in het bedenken van mogelijkheden. Bedenk daarbij wel, dat het vinden van die mogelijkheden vaak het meeste tijd kost. Daarvoor moet je durven puzzelen en vooral doorzettingsvermogen tonen. De gouden regel bij problemen oplossen is simpelweg:

**GEEF NIET OP.**

## **Doelstelling**

- Het doel van probleemoplossen is niet het oplossen van het probleem, maar het bevorderen van het denken.
- Als een leraar de sommen uitlegt, doet de leraar al jullie denkwerk en word je niet gestimuleerd zelf te denken.
- Het is niet van belang dat je 100 standaardproblemen kunt oplossen; wel van belang is je houding tegenover één nieuw probleem.
- Wees niet bang fouten te maken, maar fouten te herhalen.
- Leuk is een afgeleide van uitdagend.
- Je leert het meest van een probleem dat je zelf hebt opgelost (als de oplossing tenminste geen toevalstreffer was).

## 4. Lezen en redeneren

### Opgave 1: rekenen en lezen

Beschrijf kort hoe je deze oefening hebt gemaakt en wat je de volgende keer anders gaat doen.

Om je voor te bereiden op het examen, krijgt je twee uitgebreide sommen die geen groot beroep doen op je rekenvaardigheden, wel op je leesvaardigheden. Gebruik bij het oplossen van deze problemen, de vier stappen die onder opgave 2 beschreven staan.

### Opgave 2: draaien en doordraaien

Een hotel heeft 8 verdiepingen met 18 kamers per verdieping. De kamernummers worden elk met 3 losse kleine koperen cijfers op de kamerdeur aangegeven. De eerste kamer op de eerste verdieping met de cijfers 1, 0, 1 en de laatste op de achtste verdieping met de cijfers 8, 1, 8.



De cijfers staan redelijk ver van elkaar en zijn elk met 1 schroefje bevestigd.

Melige gasten beginnen her en der de zessen en de negens om te draaien.

De huishoudelijke dienst krijgt opdracht om alle zessen en negens van een extra schroefje te voorzien.

Daarvoor zijn ..... schroefjes nodig.

Voordat je begint met het oplossen van oefening 2 beantwoord je eerst de volgende vragen:

#### Stap 1 Begrijp het probleem

Voordat je het probleem kunt oplossen, moet je het eerst goed begrijpen. Lees het probleem nogmaals en vind alle hints en aanwijzingen.

Geef in je eigen woorden een korte beschrijving van de opdracht (laat zien dat je goed gelezen hebt)

#### Stap 2 Maak een plan

Als je het probleem begrijpt, kun je op basis van eerdere ervaring met het oplossen van vergelijkbare problemen een oplossingsstrategie bepalen en welke instrumenten je nodig om dit probleem op te lossen.

#### Stap 3 los het op

Nadat je besloten hebt dat, los je het probleem op en kom met een antwoord.

- Zijn de stappen die je genomen hebt de juiste stappen?
- Kun je ook bewijzen dat deze stappen correct zijn?
- Is het antwoord gegeven in de gevraagde eenheid?

#### **Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.**

Nadat je een antwoord gevonden hebt, ga je terug naar het probleem en bekijk je of je een antwoord gegeven hebt op de vraag die gesteld is. Je zult niet de eerste zijn die iets over het hoofd ziet. Als je iets gemist hebt, pas dan je plan aan en ga opnieuw aan de slag.

- Komt je antwoord overeen met de gestelde vraag?
- Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling?
- Kun je het antwoord ook met een andere aanpak vinden?
- Is het antwoord gegeven in de gevraagde eenheid?  
liters als om liters gevraagd wordt of

#### **Opgave 3: de vuile was**

Een student woont op kamers. Hij trekt elke ochtend een schoon shirt aan. Iedere zaterdag gaat hij een middagje naar zijn ouders en levert daar zijn vuile shirts van de voorgaande dagen af. Zijn moeder wast die dan de volgende dag.

Als hij op zaterdagavond terug naar zijn kamer gaat, neemt hij de shirts, die hij de vorige zaterdag heeft gebracht, weer schoon mee. Hij heeft ten minste ..... shirts.

#### **Stap 1 Begrijp het probleem**

#### **Stap 2 Maak een plan**

#### **Stap 3 los het op**

#### **Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.**



## 5. Probleemoplossende strategieën

Bij deze opgaven ga je gebruik maken van de volgende oplossingsstrategieën:

1. Maak een tabel
2. Maak een georganiseerde lijst
3. Zoek het patroon
4. Probeer en controleer
5. Teken een plaatje of een grafiek
6. Werk terug uit
7. Versimpel het probleem

De lijst van bovenstaande probleemoplossende strategieën is geenszins uitputtend. Andere mogelijke oplossingsstrategieën zijn:

8. Lezen en herhalen probleem.
9. Brainstormen
10. Op zoek op een andere manier
11. Maken van een model

Opmerking: Mogelijk kunnen er verschillende strategieën gebruikt worden om hetzelfde probleem op te lossen.

## 6. Maak een tabel

Voorbeeld doorloper 1

Harry wil een film huren bij een videotheek. Hij leest een verwijzing naar de boete als hij te laat inlevert. De boetes zijn als volgt: als hij de video 1 dag te laat inlevert is de boete € 1, 2 dagen te laat € 2, 3 dagen te laat € 4 en zo verder.

Als Harry 7 dagen te laat is, wat is dan de boete?

Hint: maak de tabel af.

Dag	1	2	3	4	5	6	7
Boete	€ 1	€ 2	€ 4	€ 8			

### Stap 1 Begrijp het probleem

Hoeveel is de boete voor 1 dag? (€ 1)

Hoeveel is de boete voor 2 dagen? (€ 2)

Hoeveel is de boete voor 3 dagen? (€ 4)

### Stap 2 Maak een plan

Hoeveel zal de boete zijn voor de 4<sup>e</sup> dag als we de boete van de vorige dag verdubbelen?

(€ 8)

Hoeveel is de boete voor de 5<sup>e</sup> dag. (€ 16)

### Stap 3 los het op

Maak een tabel

Dag	1	2	3	4	5	6	7
Boete	€ 1	€ 2	€ 4	€ 8	€ 16	€ 32	€ 64

Harry's boete is € 64.

#### **Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.**

- \* Komt je antwoord overeen met de gestelde vraag?

De vraag is: "Als Harry 7 dagen te laat is, wat is dan de boete?" antwoord klopt met de vraag, uitkomst is in Euro's.

- \* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling? Ja, op een systematische manier is met een tabel uitgerekend hoe hoog de boete is.

- \* Kun je het antwoord ook met een andere aanpak vinden?

Mogelijk met een formule (is op HBO-niveau  $2^{(n-1)}$ )

#### **Probleem uitbreiden**

Harry heeft twee films geleend. Als hij ze inlevert, is een film is 10 dagen te laat en een andere film 5 dagen te laat. Wat is de totale boete?

**Uitwerking opnemen in dossier!**

#### **Voorbeeld doorloper 2**

Frits knipt zijn rozen in de tuin als het hem opvalt dat zijn buurvrouw Jenny ook haar rozen knipt. Ze stoppen om even bij te praten en Frits hoort dat Jenny haar rozen elke 7 dagen knipt. Frits knipt zijn rozen elke 5 dagen.

Over hoeveel dagen knippen zij weer samen de rozen?

#### **Stap 1 Begrijp het probleem**

Hoe vaak knipt Jenny haar rozen? (elke 7 dagen)

Hoe vaak knipt Frits zijn rozen? (elke 5 dagen)

#### **Stap 2 Maak een plan**

Over hoeveel dagen knipt Jenny haar rozen weer? (7)  
en de keer daarna (14)

Over hoeveel dagen knipt Frits zijn rozen weer? (5)  
en de keer daarna (10)

#### **Stap 3 los het op**

Maak een tabel!

Jenny	7	14	21	28	<b>35</b>	42	49
Frits	5	10	15	20	25	30	<b>35</b>

Frits en Jenny knippen de rozen weer op dezelfde dag over 35 dagen

#### **Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.**

\* Komt je antwoord overeen met de gestelde vraag?

De vraag is: "Over hoeveel dagen knippen zij weer samen de rozen?" antwoord klopt met de vraag, antwoord is in dagen.

\* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling?

Ja, op een systematische manier is met een tabel uitgerekend wanneer ze weer op dezelfde dag rozen knippen.

\* Kun je het antwoord ook met een andere aanpak vinden?

Mogelijk ook door  $5 \times 7$  te vermenigvuldigen. Werkt dit altijd?

Als er geen andere delers zijn dan 1, 5, 7 en 35 wel.

Kun je hier een regel voor verzinnen?

#### **Probleem uitbreiden**

Frits moeder betaalt hem € 3,50 per keer dat hij de rozen knipt.

Jenny 's moeder betaalt Jenny € 4,25 per keer dat zij de rozen knipt.

Wie heeft het meest verdient na 28 dagen?

**Uitwerking opnemen in dossier!**

#### **Opgaven doorlopers**

*Bij de oplossingen van elke onderstaande opdrachten zit een tabel!*

#### **Opgave 4: kippen en schapen**

Boer Teunissen heeft een kleine boerderij bij Diessen. Hij heeft kippen en schapen. De dieren hebben samen 34 poten, hoeveel schapen zijn er maximaal bij deze hoeveelheid poten?

Wanneer zijn er bijna evenveel schapen en kippen?

#### **Opgave 5: lotjes trekken**

In een doosje zitten 12 papiertjes, elk met een nummer. Het eerste heeft nummer 1, de volgende nummer 2, nummer 3 en zo verder tot nummer 12. De nummers in het doosje worden geschud en in tweetallen er uitgehaald. De sommen van de zes paren zijn 4, 6, 13, 14, 20, en 21. Hoe zijn de verschillende parensamengesteld?

#### **Opgave 6: Aldi**

Je staat bij de Aldi en moet € 1,10 afrekenen. Je hebt alleen maar munten van 10 en 20 cent bij je. Maak een overzicht van alle mogelijke combinaties.

#### **Probleem uitbreiden**

Je staat weer bij de Aldi en moet € 1,10 afrekenen. Je hebt alleen maar munten van 5, 10 en 20 cent bij je. Je hebt 8 munten van 5 cent bij je, deze geef je als eerste. Maak een overzicht van alle mogelijke combinaties van het resterende bedrag

### Opgave 7: verkoopparty

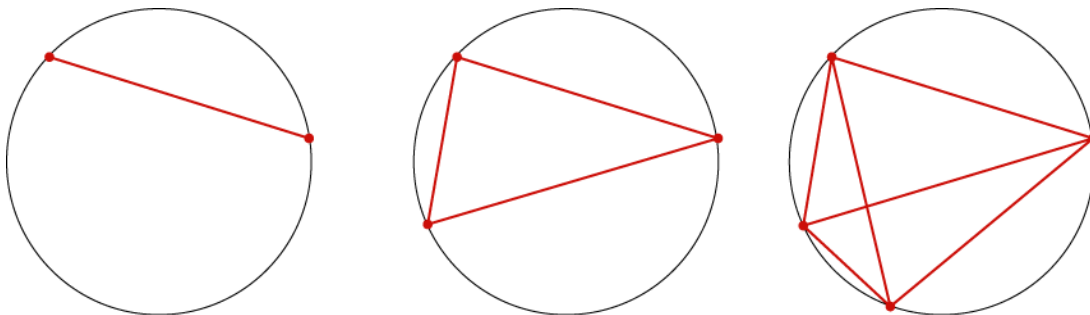
Trudie geeft een verkoopparty. De eerste keer dat er gebeld wordt komt er 1 bezoeker binnen. Bij elke volgende keer aanbellen, komen er elke keer twee bezoekers meer binnen. Hoeveel bezoekers zijn er na de 7<sup>e</sup> keer bellen?

### Probleem uitbreiden

Voor elke 9<sup>e</sup> deelnemer krijgt Trudie een kortingsbon van € 5 op een aan te schaffen product. Hoeveel Euro korting krijgt Trudie?

### Opgave 8: meetkunde

Je ziet hier in een drietal tekeningen op hoeveel manieren punten op een cirkel met elkaar kunnen worden verbonden door rechte lijnstukjes.



- Teken nu zelf het aantal mogelijkheden bij 5 punten op de cirkel.
- Hoeveel mogelijkheden zijn er bij 6 punten op de cirkel?
- Hoeveel mogelijkheden zijn er bij 10 punten op de cirkel?
- Kun je een algemene regel verzinnen?

## 7. Maak een georganiseerde lijst

### Voorbeeld georganiseerde lijst 1

Thijs heeft twee broeken; een blauwe en een beige. Ook heeft hij 4 shirts: een blauw shirt, een rood shirt, een gestreept shirt en een shirt met tekst.

Hoeveel verschillende combinaties kan Thijs maken?

Hint: maak de georganiseerde lijst af.

#### broek - shirts

blauw - blauw

blauw - rood

blauw -

blauw -

beige -

beige -

beige -

beige -

#### Stap 1 Begrijp het probleem

Hoeveel broeken heeft Thijs (2)

Hoeveel shirts heeft Thijs (4)

#### Stap 2 Maak een plan

\* Stel Thijs draagt een blauwe broek, wat voor shirt kan hij erop dragen? (4: blauw, rood, gestreept, en met tekst)

\* Als Thijs zijn gestreepte shirt aantrekt, hoeveel combinaties kan hij dan maken? (2: blauw en beige)

Als Thijs een beige broek aantrekt, kan hij dan vier combinaties bedenken? (ja)

#### Stap 3 los het op

Maak de georganiseerde lijst.

#### broek - shirts

blauw - blauw

blauw - rood

blauw - gestreept

blauw - met tekst

beige - blauw  
beige - rood  
beige - gestreept  
beige - met tekst

Thijs kan dus 8 verschillende combinaties dragen

#### **Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.**

- \* Heb ik alle combinatie gehad?
- \* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling?  
Ja, op een systematische manier is met een georganiseerde lijst uitgerekend hoeveel combinaties er mogelijk zijn.
- \* Kun je het antwoord ook met een andere aanpak vinden?  
Ja, door  $2 \times 4$  te vermenigvuldigen.
- \* De regel is dat het aantal mogelijk combinaties is uit te rekenen door het aantal mogelijkheden van A te vermenigvuldigen met B.

#### **Probleem uitbreiden**

Thijs koopt een zwarte broek. Hoeveel verschillende combinaties kan Thijs nu dragen.

**Uitwerking opnemen in dossier!**

#### **Voorbeeld georganiseerde lijst 2**

Er spelen 7 teams mee aan het Tilburgs handbal toernooi in de paasvakantie. Elk team speelt een keer tegen elk ander team. Hoeveel wedstrijden worden er totaal gespeeld in het toernooi?

##### **Stap 1 Begrijp het probleem**

- \* Hoeveel teams doen er mee aan het toernooi? (7)
- \* Als team A gespeeld heeft tegen team B, spelen zij dan nogmaals tegen elkaar? (nee)

##### **Stap 2 Maak een plan**

- \* Hoeveel wedstrijden speelt team A? (6) Hoeveel wedstrijden speelt team B nog tegen andere teams? (5)
- \* Als er slechts 2 teams spelen, hoeveel wedstrijden worden er dan gespeeld? (1) en 3 teams? (3), 4 teams? (6)

\* Schrijf de namen van de 7 teams op en laat zien tegen welke teams elk team zal spelen. (Zie oplossing)

**Stap 3 los het op**

Team:	A	B	C	D	E	F	G
tegen:	B	C	D	E	F	G	
	C	D	E	F	G		
	D	E	F	G			
	E	F	G				
	F	G					
	G	v	v	v	v	v	v
	6 +	5 +	4 +	3 +	2 +	1 =	21

No. Teams	No. wedstrijden
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21

Patroon: het aantal te spelen wedstrijden neemt toe met het aantal teams -1.

Er worden 21 wedstrijden gepland voor dit toernooi.

**Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.**

\* Heb je alle combinatie gehad?

\* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling?  
Ja, op een systematische manier is met een georganiseerde lijst uitgerekend hoeveel combinaties er mogelijk zijn.

\* Kun je het antwoord ook met een andere aanpak vinden?  
Ja, het aantal teams -1 + aantal teams -2 + aantal teams -3 + het aantal teams -4 + aantal teams -5 + aantal teams -6.

\* Het antwoord is het aantal te spelen wedstrijden, dit werd ook gevraagd.

**Probleem uitbreiden**

Voor een schaaktoernooi op school schrijven zich 15 personen in. Van de 15 zijn er 12 studenten en 3 docenten. Elke docent speelt 1 keer tegen alle studenten. Hoeveel spellen worden er gespeeld?

**Uitwerking opnemen in dossier!**



### **Opgave 9: knikkers**

Roel telt het aantal modelauto's van zijn verzameling. Hij heeft er meer dan 40 en minder dan 70. Wanneer hij de modellen in groepjes van 5 indeelt, houdt hij er 1 over. Als hij ze in groepjes van 4 indeelt houdt hij er weer 1 over. Ook als hij ze in groepjes van 3 indeelt houdt hij er 1 over. Hoeveel modelauto's heeft Roel verzameld?

### **Opgave 10: wie ben ik?**

Ik ben een getal. Al mijn drie cijfers zijn oneven en verschillend. De som van mijn cijfers is 13. Het product van mijn cijfers is groter dan 30. De som van mijn honderdtallen en tientallen is kleiner dan mijn eenheden. Welke getal ben ik?

### **Opgave 11: de busreis**

Een reisbureau organiseert een busreis voor € 600,- per persoon. Een gezelligheidsvereniging schrijft met 40 mensen in, op voorwaarde dat er geen buitenstaanders in de bus komen. Er kunnen echter 52 mensen in de bus. Bij het reisbureau komt men op het volgende idee: de vereniging wordt aangeboden dat elke extra passagier voor iedereen een korting van € 10,- p.p. betekent. Laat zien, bij welk aantal extra passagiers dit aanbod voor het reisbureau het gunstigst is. Begin met 1 extra passagier, daarna 2, enzovoort...

## 8. Zoek het patroon

### Voorbeeld zoek het patroon 1

Een man met een fors overgewicht komt bij de dokter en deze verteld hem 36 kg af te vallen. Als hij de eerste week 11 kg verliest, de tweede week 9 kg en de derde week 7 kg en hij blijft in dit ritme afvallen, hoe lang duurt het dan totdat hij 36 kg is afgevallen?

Hint: onderzoek het patroon, maak de tabel verder af.

Week	Totaal aantal kilogram afgevallen
1	11
2	$11 + 9 = 20$
3	$20 + 7 = 27$
4	...
5	...

#### Stap 1 Begrijp het probleem

- \* Hoeveel moet de man afvallen? (36 kg)
- \* Hoeveel verliest hij de eerste week? (11 kg)
- \* Hoeveel verliest hij de tweede week? (9 kg)
- \* Hoeveel verliest hij de derde week? (7 kg)

#### Stap 2 Maak een plan

- \* Met hoeveel valt hij de tweede week minder af dan de eerste week? (2 kg)
- \* Met hoeveel valt hij de derde week minder af dan de tweede week? (2 kg)

### Stap 3 los het op

Maak een tabel/zoek het patroon!

Week	Totaal aantal kilogram afgevallen
1	11
2	$11 + 9 = 20$
3	$20 + 7 = 27$
4	$27 + 5 = 32$
5	$32 + 3 = 35$
6	$35 + 1 = 36$

Patroon: Het aantal kg dat hij per week afvalt, vermindert elke week met twee kg. Het kost hem 6 weken om 36 kg te verliezen.

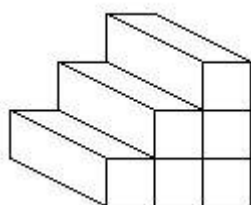
### Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.

- \* Ben je uitgekomen op de 36 kg? ja.
- \* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling? Ja, heb het patroon gevonden namelijk elke week 2 kg mindereraf.
- \* Wordt antwoord gegeven zoals het gevraagd wordt? Ja, het antwoord is 6 weken, dit werd ook gevraagd.

### Voorbeeld zoek het patroon 2

Kevin gebruikt 6 blokken om een trap te bouwen met 3 treden. Hoeveel blokken heeft Kevin nodig om een trap te bouwen met 6 treden?

Hint: onderzoek het patroon, maak de tabel verder af.



### Stap 1 Begrijp het probleem

\* Hoeveel blokken zijn er nodig voor een trap met 2 treden?(3)

\* Hoeveel blokken zijn er nodig voor een trap met 3 treden?(6)

### Stap 2 Maak een plan

\* Hoeveel blokken zijn gebruikt voor de eerste trede(1)

\* Hoeveel blokken zijn gebruikt voor de tweede trede (2)

\* Hoeveel blokken zijn gebruikt voor de derde trede(3)

\* Hoeveel blokken zijn er nodig voor de vierde trede(4)

\* Hoeveel blokken zijn er nodig voor de tiende trede(10)

### Stap 3 los het op

Maak een tabel/zoek het patroon!

Traptreden	Blokken nodig voor de trede	Totaal aantal benodigde blokken
1	1	1
2	2	$1 + 2 = 3$
3	3	$1 + 2 + 3 = 6$
4	4	$1 + 2 + 3 + 4 = 10$
5	5	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$
6	6	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

Het patroon: het aantal blokken in een nieuwe trede neemt telkens met 1 toe. Het totaal aantal blokken dat nodig is voor de n-de stap is de som van de getallen vanaf 1 tot het getal n.

Er zijn 21 blokken nodig om een trap met 6 treden te maken.

### Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.

\* Ben je uitgekomen bij de 6 treden? ja en kom dan uit op 21 blokken.

\* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling? Ja, ik heb het patroon gevonden namelijk, voor elke trede de laatste trede +1. Voor 3 treden  $1+2+3$  en voor 6 treden  $1+2+3+4+5+6$

\* Wordt antwoord gegeven zoals het gevraagd wordt? Ja, het antwoord is in blokken, dit werd ook gevraagd.

## Probleem uitbreiden

Hoeveel traptreden zijn er als je 78 blokken nodig hebt voor de trap?

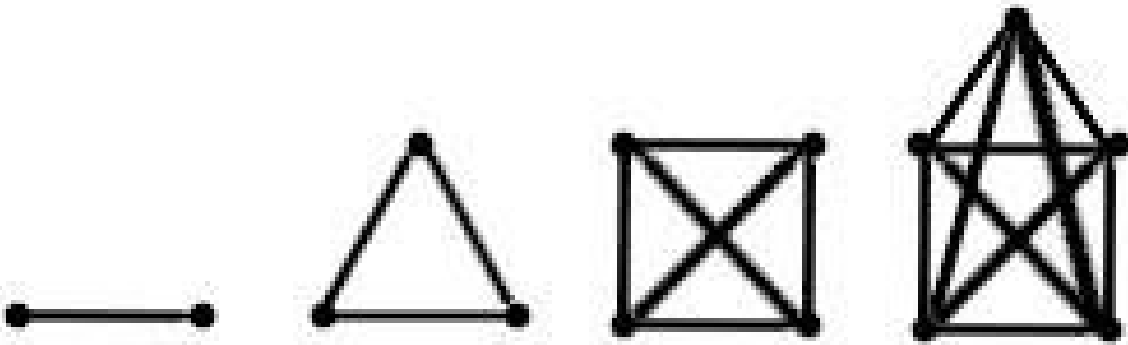
\* Uitwerking opnemen in dossier!

## Opgave 12

1. Vind de volgende 3 nummer van de reeks. 2, 5, 11, 23, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

## Opgave 13

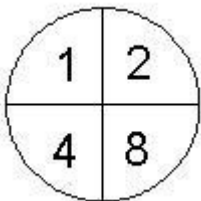
Het aantal lijnen neemt toe als het aantal punten toeneemt. Hoeveel Lijnen kun je tekenen tussen 7 punten? En 10 punten?



## Opgave 14

Chantal speelt een spel met onderstaande figuur.

Eerst bedekt ze het gedeelte waarop het nummer 1 staat. Dan bedekt ze de gedeelten waarop de nummers 1 en 2 staan. Daarna bedekt ze de gedeelten waarop de nummers 1 en 4 staan. Welk(e) gedeelten zal ze bedekken in de 7<sup>e</sup> ronde van dit spel?



### Opgave 15



Twee gelijke robots bouwen samen in precies 2 uur een derde gelijke robot.  
Een nieuwe robot kan (samen met een andere robot) direct een nieuwe robot bouwen. Eén robot in z'n eentje kan niets.  
We beginnen met twee robots. Na precies 8 uur zijn er robots.

### Opgave 16

Bob ziet naast een (heel) hoge vierkante toren van 2 x 2 meter een enorme stapel houten kistjes van 50 x 50 x 50 cm. Hij zet één kistje bij de hoek tegen de toren aan. Strak daarnaast zet hij twee kistjes op elkaar tegen de toren, dan drie, enzovoort. Telkens zet hij de volgende stapel met één zijde strak tegen de vorige aan. Zo stapelt hij helemaal rondom de toren, totdat een stapel weer met een zijde tegen het eerste kistje staat.

De torentrap die zo ontstaat, is ..... meter hoog.



## 9. Probeer en controleer

### Voorbeeld Probeer en controleer

Ben zit op een vakantiepark en hij doet mee aan twee activiteiten. Deze activiteiten heeft hij betaald met een briefje van € 20,00. Het geld dat hij overhoudt is € 7,50.

Hint: maak een schatting en controleer je schatting.

Activiteiten	Prijs
Film	€ 7,00
Minigolf	€ 6,00
Pony rijden	€ 4,25
Huifkartocht	€ 5,50

#### Stap 1 Begrijp het probleem

- \* Aan hoeveel activiteiten doet Ben mee? (2)
- \* Hoeveel geld had Ben in het begin van de dag? (€20,00)
- \* Hoeveel geld houdt Ben over? (€7,50)

#### Stap 2 Maak een plan

- \* Hoeveel heeft hij uitgegeven? (€12,50)
- \* Als hij film heeft gekeken en Minigolf gespeeld, hoeveel heeft hij dan uitgegeven? (€13,00)
- \* Deed hij deze twee activiteiten? (nee, ze kosten teveel)

#### Stap 3 los het op

Probeer en controleer

- \* Film en Ponyrijden, € 7,00 + € 4,25 = € 11,25 (te weinig)
- \* Film en huifkartocht € 7,00 + € 5,50 = € 12,50 (correct!)

#### Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.

- \* Ben je uitgekomen bij de € 12,50?  
ja
- \* Zijn er nog andere activiteiten die samen € 12,50 kosten?  
Nee, alle andere combinatie van activiteiten leiden tot andere bedragen

\* Wordt antwoord gegeven zoals het gevraagd wordt?

Ja, het antwoord is in activiteiten. Het antwoord is een dat eindigt op 50 cent. Dat betekent dat de huifkartocht er altijd bij moet zitten

\* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling?

Ja, met gokken en controleren.

### **Probleem uitbreiden**

De vriend van Ben, Max gaat ook op pad. Hij kan aan meer dan twee activiteiten deelnemen. Hij neemt € 20,00 mee, en brengt € 4,25 mee terug.

Welke activiteiten heeft hij gedaan?

\* Uitwerking opnemen in dossier!

### **Opgave 17**

Op 5 kaarten staan 5 verschillende nummers. De som van de nummers is 15. Welke nummers staan er op de kaarten?

### **Opgave 18**

Berend zijn leeftijd is dit jaar te delen door 5.

Volgend jaar is Berend zijn leeftijd te delen door 7.

Hoe oud is Berend nu.

Hint: maak een tabel.

### **Opgave 19**

Drie golfers, Tom, Dick en Harry genaamd, lopen achter elkaar terug naar hun clubgebouw. De voorste zegt: "De golfer achter mij is Harry." De middelste zegt: "Ik heet Dick." En de achterste golfer beweert: "Tom loopt in het midden."

Tom, de beste golfer van de drie, spreekt altijd de waarheid. Dick spreekt af en toe de waarheid, maar Harry, de slechtste golfer, liegt altijd.

Wie is Tom, wie is Dick en wie is Harry? Schrijf je redenering op.

### **Opgave 20**

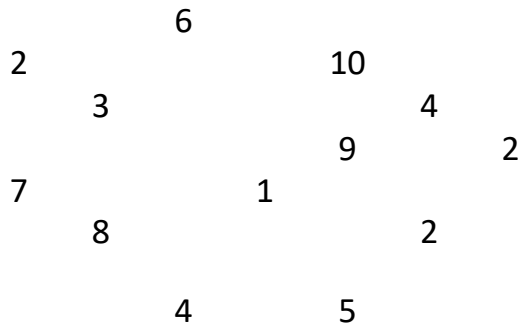
Als  $r$  een cijfer is kleiner dan 10, welke waarde van  $r$  maakt het getal  $r3749r0$  deelbaar door 60? (er zijn twee mogelijkheden.)



### Opgave 21

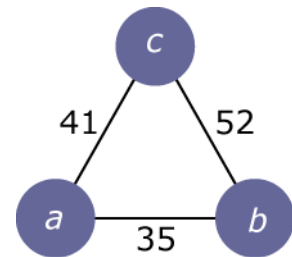
Navigeer je ruimteschip naar “Het zwarte gat” Het product van de nummers van het pad dat je kiest moet 2592 zijn.

Start



### Opgave 22

De getallen in deze figuur vormen steeds de som van de variabelen die door het lijnstuk worden verbonden. Bereken de waarde van  $a$ ,  $b$  en  $c$ .



### Opgave 23

De heer van Dijk is 61 jaar.  
De heer van Dijk heeft 4 zonen.  
Zoon Jan is twee keer zo oud als zoon Piet  
Zoon Piet is twee keer zo oud als zoon Theo  
Zoon Wim is vijf jaar ouder dan zoon Theo.  
De heer van Dijk is even oud als alle jongens samen.

Hoe oud is zoon Wim?

## 10. Teken een plaatje of een grafiek<sup>1</sup>

### Voorbeeld teken een plaatje of een grafiek

Een slak kruipt tegen een muur van 4 meter omhoog. Overdag klimt de slak 2 meter en elke nacht glijdt de slak weer 1,5 meter naar beneden. Na hoeveel dagen is de slak boven op de muur?

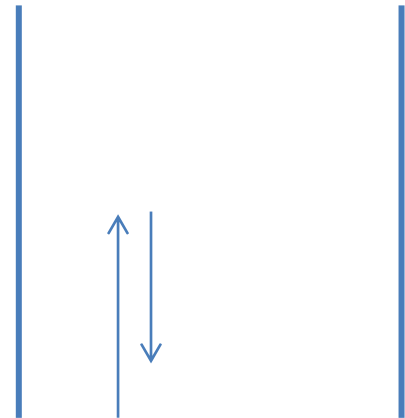
Hint: maak een tekening van de muur en afstand die de slak klimt en naar beneden glibbert.

#### Stap 1 Begrijp het probleem

- \* Hoe hoog is de muur? (4 m.)
- \* Hoeveel kruipt de dag per dag omhoog als de slak 2 m. klimt en 1½ m. naar beneden (1/2 m.)

#### Stap 2 Maak een plan

- \* Hoe hoog is de dag na het einde van de tweede dagen voordat het avond wordt? (2,5 m.)
- \* Hoe hoog is de slak na 2 dagen ( 1 m.)
- \* Wanneer komt de dag boven aan? (overdag, dan kruipt de slak omhoog)

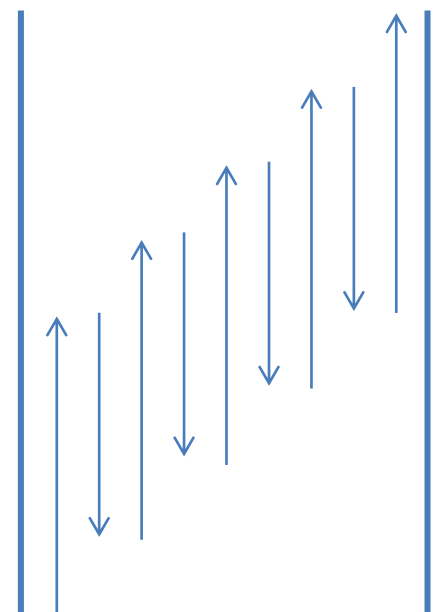


#### Stap 3 los het op

- \* Teken het aantal dagen dat de slak klimt en weernaar beneden glijdt.
- \* De laatste dag glijdt de slak niet meer naar beneden.
- \* Tel de pijlen omhoog. De slak doet er 5 dagen over.

#### Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.

- \* Ben je uitgekomen bij het aantal dagen? Ja
- \* Is de slak elke dag 2 meter geklommen en elke nacht 1½ m. gezakt? Ja



<sup>1</sup>Bij de opgaven 20, 21, 22 en 23 wordt tevens een tekening ingeleverd!

\* Past de manier waarop je het probleem aangepakt hebt ook bij de vraagstelling?  
Ja, tekenen.

### **Opgave 24**

Een glazenwasser staat op het midden van een ladder en wast de ramen van een kantoorgebouw. Hij klimt 3 treden om bij andere ramen te komen. Dan ziet hij dat hij een klein raampje dat hij heeft vergeten en gaat 5 treden naar beneden. Nadat hij het kleine raampje gewassen heeft klimt hij 7 treden omhoog en wast de resterende ramen. Daarna klimt hij de resterende 6 treden omhoog komt boven en ruimt zijn spullen op. Hoeveel treden heeft de ladder?

### **Opgave 25**

Sam heeft een vierkant stuk land. Hij zet 9 paaltjes aan elke kant. Hoeveel paaltjes gebruikt Sam?

### **Opgave 26**

Vijf nichtjes zien elkaar op een familiereünie. Elk nichtje heeft een klein cadeautje voor het andere nichtjes. Hoeveel cadeautjes zijn er onderling uitgedeeld?

### **Opgave 27**

Stel je hebt negen op het oog precies gelijke massieve gewichten. Eén van die gewichten is echter een heel klein beetje zwaarder dan de andere acht. Je hebt de beschikking over een eenvoudige balans.

Beredeneer dat je met behulp van drie wegingen kunt bepalen welke van de 9 gewichten zwaarder is.

## 11. Werk teruguit

Maarten krijgt op maandag zijn zakgeld. Op dinsdag koopt hij voor € 1,50 chocolade. Op donderdag betaald hij Fred de € 2,00 terug die hij van hem geleend Als Maarten nu nog € 2,50 over heeft. Hoeveel is dan zijn zakgeld.

### Stap 1 Begrijp het probleem

- \* Ben je uitgekomen bij het aantal dagen? Ja
- \* Hoeveel geld heeft Maarten nog na donderdag (€2,50)
- \* Weet jij hoeveel zakgeld Maarten krijgt? (Nee)
- \* Hoeveel heeft Maarten besteed aan chocolade? ( €1,50)
  
- \* Heeft Maarten nog meer van zijn zakgeld uitgegeven? (Ja het geleende geld € 1,50 van Fred)

### Stap 2 Maak een plan

- \* Had Maarten het geld van Fred al voor maandag? (Nee)
- \* Hoeveel geld had Maarten nog op woensdag? (€ 2,50 over + € 2,00 te betalen aan Fred = € 5,00)
- \* Heeft Maarten nog wat uitgegeven op maandag? (Ja, € 1,50 voor chocolade)

### Stap 3 los het op

- \* Werk teruguit. Hij hield over

Start met ?	^ Hij houdt over € 2,50
er vanaf €1,50	tel hier € 2,00 bij op. Tel
nog eens € 2,00	hier nog € 1,50 bij op.
Over € 2,50	Het zakgeld van Maarten is
v --->	dus € 6,00.

### Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.

- \* Ben begonnen met het bedrag dat nog over heeft en ben vervolgens gaan terugrekenen.
- \* Maarten heeft twee keer een bedrag betaald, ik heb twee keer een bedrag **opgeteld!** bij het begin gedrag
- \* Het antwoord is in Euro's, dat wordt ookgevraagd.

## 12. Probleem uitbreiden

Op Maarten zijn verjaardag verhoogd zijn vader het zakgeld. Maarten is zo blij dat hij direct drie blikjes verf gaat halen en een kwastje om zijn modelvliegtuig te verven. De blikjes verf kosten € 3,00 per stuk en het kwastje € 1,50. Hij houdt nog € 1,50 over. Met hoeveel % is het zakgeld van Maarten verhoogd?

\* Uitwerking opnemen in dossier!

### Opgave 28

John, James en Jacob hebben een goudmijn. De afgelopen maand hebben zij een aantal goudklompjes gevonden. Zij begraven de helft van de goudklompjes op een geheime plek en delen de andere helft eerlijk door drieën. John verkoopt zijn goud voor € 4500. Hoeveel zijn de gevonden goudklompjes waard?

### Opgave 29

Bart wil de leeftijd van zijn oom weten. Zijn oom is in een jolige bui en vertelt Bart dat als hij bij zijn huidige leeftijd 10 jaar bijtelt en het dan verdubbelt dat dan zijn leeftijd 90 zou zijn. Hoe oud is de oom van Bart?

### Opgave 30

Konijnen planten zich snel voort. In jaar 1 zijn er ?? konijnen. De konijnen populatie verdubbelt zich elk jaar. Na 7 jaar is het bos overbevolkt en wonen er 3200 konijnen. Hoeveel konijnen waren er in jaar 1 als de populatie elk jaar verdubbeld?

### Opgave 31

Met welk getal ben ik gestart?

\* Deel door 7

\* Vermenigvuldig keer 2

\* Tel er 2 bij op

\* De uitkomst is 20

### Opgave 32

Drie matrozen stranden na een schipbreuk op een onbewoond eiland waar het enige voedsel bestaat uit kokosnoten. Zij verzamelen een grote hoeveelheid kokosnoten en besluiten eerst een tukje te doen alvorens de stapel in drie gelijke delen te verdelen. Eén van de zeelieden wordt wakker en besluit zijn deel vast in te pikken, want zijn kameraden zijn niet te vertrouwen. Hij ontdekt dat, als hij één kokosnoot weggooit, de stapel precies in drie gelijke delen is te verdelen. Hij begraaft daarop zijn deel en slaapt weer gerust in. Nummer twee wordt wakker en doet precies hetzelfde: één kokosnoot gooit hij weg, waarna de stapel weer precies in drie gelijke delen is te verdelen. Hij begraaft zijn deel en slaapt als een blok in. Tenslotte doet matroos nummer drie hetzelfde nog eens en ook hij valt daarop in slaap.

Wanneer de drie zeelui enkele uren later de overgebleven stapel (hele) kokosnoten bekijken, ontstaat er natuurlijk een fikse ruzie.

Hoeveel kokosnoten moeten zij oorspronkelijk hebben verzameld om na de beschreven nachtelijke taferelen nog een geheel aantal over te houden?

### 13. Versimpel het probleem

Soms zijn vraagstukken zo complex dat je ze niet in een stap kunt oplossen. Als dit het geval is, is het zinvol om het vraagstuk op te knippen in apart oplosbare gedeeltes.

Zoek net als een detective naar de hint in elke stuk van de oplossing.

#### Stap 1 Begrijp het probleem

Hoeveel van de getallen 1 tot en met 9 zijn palindromen?

*Alle negen getallen zijn palindromen!*

9 palindromen van 1 tot en met 9.

#### Stap 2 Maak een plan

Ik bepaal eerst het aantal getallen tussen de 10 en 100 en daarna tussen de 100 en de 1000.

#### Stap 3 los het op

Hoeveel getallen tussen de 10 en de 100 zijn palindromen? Maak een lijst!

11

22

33

...

99

9 palindromen van 10 tot en met 99.

Hoeveel getallen tussen de 100 en de 1000 zijn palindromen?

101 111 ... 191

202 212 ... 292

303 313 ... 393

...

909 919 ... 999

9 palindromen van 10 tot en met 99.

9 rijen x 10 kolommen = 90 palindromen tussen de 100 en 1000.

In totaal zijn er dus  $9 + 9 + 99 = 108$  palindromen

#### Stap 4 Kijk hoe je het gedaan hebt.

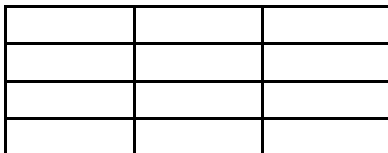
- \* Ben begonnen met het vraagstuk in drie stukken te knippen en bij elk gedeelte het aantal palindromen uitgerekend.
- \* Heb de drie antwoorden bij elkaar opgeteld en kom zo tot het antwoord.
- \* Het antwoord is een getal, dat wordt ookgevraagd.

#### Opgave 33

Antoni's pizzeria heeft 30 kleine tafeltjes die gebruikt gaan worden voor een groot diner. Aan elke kant van een tafeltje kan een persoon zitten. Als alle tafeltjes aan elkaar geschoven worden tot een lange tafel, hoeveel personen kunnen er dan aan de tafel zitten? (Een tekening maken helpt je met de oplossing)

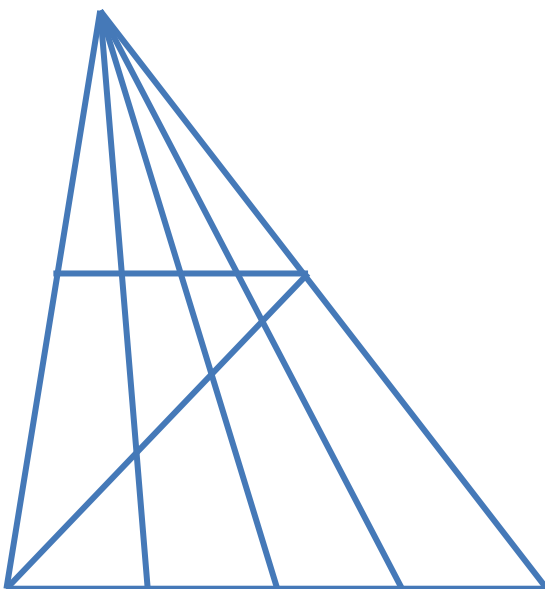
#### Opgave 34

Hoeveel rechthoeken vind je in deze figuur?



#### Opgave 35

Hoeveel driehoeken vind je in deze figuur?





### Opgave 36

Op een feestje geeft iedereen elkaar één handdruk. In totaal worden er 28 handdrukken gegeven. Hoeveel mensen waren er op het feestje aanwezig?

## 14. Afsluitende opgaven

### Opgave 37

In 1772 meende de Duitse astronoom Bode regelmaat te herkennen in de afstanden van de planeten tot de zon. In die tijd waren er nog maar zes planeten bekend. Bode maakte deze tabel, waarbij hij de afstand aarde - zon op 10stelde.

<i>planeet</i>	<i>relatieve afstand tot de zon</i>	<i>getallen van Bode</i>
Mercurius	3,9	$0 + 4 = 4$
Venus	7,2	$3 + 4 = 7$
Aarde	10,0	$6 + 4 = 10$
Mars	15,2	$12 + 4 = 16$
???		
Jupiter	52,0	$48 + 4 = 52$
Saturnus	95,4	$96 + 4 = 100$

- Welke regelmaat meende Bode te zien?
- Tussen Mars en Jupiter staan vraagtekens. Welk getal hoorde er volgens de regelmaat van Bode bij die vraagtekens? Welke conclusie trok hij, denk je?
- In 1781 ontdekte William Herschel een zevende planeet, die men Uranus noemde. Welk getal zou er volgens de regelmaat van Bode bij Uranus moeten horen?
- De relatieve afstand van Uranus tot de zon bleek ongeveer 192 te zijn. Klopt dat redelijk met de regelmaat van Bode?
- Welk getal voorspelde Bode voor een volgende planeet voorbij Uranus?
- In 1846 werd Neptunus ontdekt, met een relatieve afstand van 301 eenheden. Gaat de regel van Bode nog op?

### Opgave 38

Jan zegt dat je eenvoudig kunt laten zien dat vermenigvuldigen en optellen hetzelfde is:

$2 + 2$  heeft immers dezelfde uitkomst als  $2 \times 2$ .

Welke redeneerfout maakt Jan?